

# Sloan Fotometrisine ait Yeni Dönüşüm Formülleri ve Geliştirilmiş Metallilik Kalibrasyonu ile Fotometrik Paralaks Denklemleri

Salih Karaali, Selçuk Bilir ve Sabiha Tunçel

İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 34119 Üniversite-İstanbul  
karsa@istanbul.edu.tr, sbilir@istanbul.edu.tr, tuncelsabiha@hotmail.com

**Özet:** 224 standart yıldız kullanılarak Sloan fotometrisine ait yeni dönüşüm formülleri elde edilmiş ve bunlar yardımı ile, Karaali ve ark (2003) nın metal bolluğu ve fotometrik paralaks tayini için elde ettikleri denklemler geliştirilmiştir. Yeni formüller, metal bolluğunu 0.3 dex kadar, mutlak kadiri de en az 0.1 kadir kadar iyileştirmektedir. UBV ve Sloan fotometri sistemleri ile tayin edilen metal bollukları ve mutlak kadirler arasında büyük bir korelasyon vardır.

**Anahtar kelimeler:** Teknik: Sloan fotometrisi - Galaksi: metal bollukları - Yıldızlar: uzaklıklar

**Abstract:** We evaluated new colour-transformations for the Sloan photometry by 224 standards and used them to revise both the equations for photometric parallax estimation and metallicity calibration cited by Karaali et al. (2003). This process improves the metallicity and absolute magnitude estimation by  $[Fe/H] \leq 0.3$  dex and  $M(g') \geq 0.1$  mag respectively. There is a high correlation for metallicities and absolute magnitudes derived for two systems, UBV and Sloan, by means of the revised calibrations.

**Keywords:** Techniques: Sloan photometry - Galaxy: abundances - Stars: distances

## 1. Giriş

Bundan önce yayınlanan bir makalemizde (Karaali ve ark. 2003), fotometrik yolla mutlak kadir tayini ile ilgili yeni bir yöntem sunmuş ve bunun Sloan fotometrisine uygulanabilirliğini belirtmiştik. Özellikle, bu yöntemin, literatürde kullanılan ve yıldızları geniş bir metallilik aralığında bulunan belirli bir popülasyon için bir tek renk kadir diyagramı kullanmak sureti ile mutlak kadir tayini yapılan yöntemle göre (Chen ve ark. 2001, Siegel ve ark. 2002) daha üstün olduğunu belirtmiştik. Ancak, Sloan sistemi için elde edilen dönüşüm formülleri (Fukugita ve ark. 1996, Smith ve ark. 2002) bir tek renk indeksinin fonksiyonudur, yani u'-g' sadece U-B nin ve g'-r' de sadece B-V nin fonksiyonudur. Halbuki, geniş bant fotometrisi arasındaki dönüşüm formüllerinde bir sisteme ait belirli bir renk indeksi, diğer sistemin uygun iki renk indeksinin fonksiyonudur (Buser 1978). Bu noktadan hareketle, biz de u'-g' ve g'-r' için, hem U-B hem de B-V renk indekslerini içeren yeni formüller elde etmeyi düşündük. Bu çalışmanın amacı budur. Aşağıdaki bölümlerde görüleceği gibi,

bu sayede elde edilen mutlak kadirlerle metal bollukları, daha önceki makalede verilenlere (Karaali ve ark. 2003) göre daha doğrudur.

Yeni fotometrik paralaks ve  $[Fe/H]$  denklemlerinin, yeni dönüşüm formüllerinden elde edilecek bilimsel gelişmeler için sadece bir örnek olduğunu da belirtmek isteriz.

## 2. Sloan Fotometrisi için Yeni Dönüşüm Formülleri

Yeni dönüşüm formülleri için 251 yıldızla ait Landolt (1992) nin UBV verileri ile CASU INT Wide Field Survey<sup>31</sup> in u'g'r' verileri kullanılmış ve oluşturulan (B-V) - (g'-r'), (U-B) - (u'-g') diyagramlarından 27 yıldızın beklenmeyen konumlarda oldukları görülmüştür. Bu yıldızların B-V renk indeksleri, Karaali ve ark. (2003) na ait kalibrasyonun geçerli olmadığı, 0.3 kadirde küçük veya 1.1 kadirde büyük, veya renk indekslerine ait hataları büyük olup bunlar istatistik dışı bırakılmıştır. Geriye kalan 224 yıldızla ait (B-V) - (g'-r') ve (U-B) - (u'-g') diyagramları Şek. 1 de gösterilmiş olup dağılımın düz bir çizgi yerine geniş bir bant oluşturması, u'-g' ve g'-r' nün hem

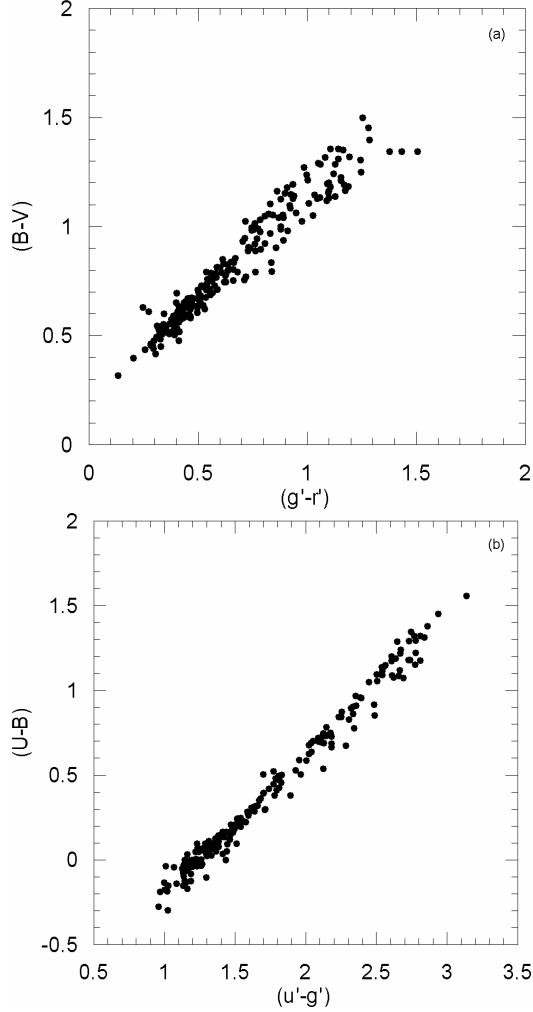
Bildiri tam metni için: Salih KARAALİ  
e-mektup: karsa@istanbul.edu.tr

<sup>31</sup> <http://www.ast.cam.ac.uk/~wfcsur/index.php>

S. Karaali : Sloan Fotometrisine ait Yeni Dönüşüm Formülleri ve Geliştirilmiş Metallilik Kalibrasyonu ile Fotometrik Paralaks Denklemleri

U-B hem de B-V nin bir fonksiyonu olduğunu (şema halinde) göstermektedir. Renk indekslerine ait dönüşümler,

$$\begin{aligned} g'-r' &= a (B-V) + b (U-B) + c \\ u'-g' &= d (U-B) + e (B-V) + f \end{aligned} \quad (1)$$



Şekil 1. 224 yıldız için iki renk diyagramları (a)  $(B-V) - (g'-r')$  ve (b)  $(U-B) - (u'-g')$  için.

şeklinde yazıldı ve katsayılar en küçük kareler yöntemi ile hesaplandı. Böylece, aşağıda verilen, Sloan fotometrisine ait renk dönüşümleri elde edildi.

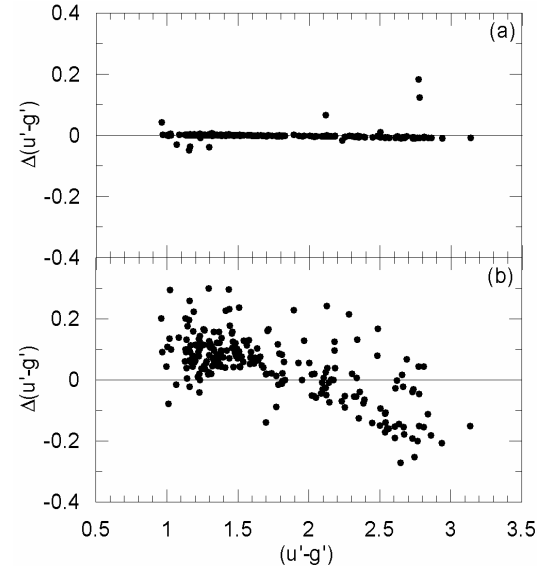
$$\begin{aligned} g'-r' &= 1.023 (B-V) + 0.016 (U-B) - 0.187 \\ u'-g' &= 0.779 (U-B) + 0.755 (B-V) + 0.801 \end{aligned} \quad (2)$$

Karşılaştırmak amacı ile Karaali ve ark. (2003) tarafından kullanılan, Fukugita ve ark. (1996) ya ait renk dönüşümleri de aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} g'-r' &= 1.05 (B-V) - 0.23 \\ u'-g' &= 1.38 (U-B) + 1.14 \end{aligned} \quad (3)$$

(2) ve (3) denklem takımlarının karşılaştırılmasından, esas farkın  $u'-g'$  de olduğu anlaşılıyor. Bu renk indeksi metalliliğe duyarlı olduğundan, ayrıca mutlak kadir de metal bolluğunun bir fonksiyonu olduğundan, söz konusu farkın mutlak kadire yansıtacağı açıktır.

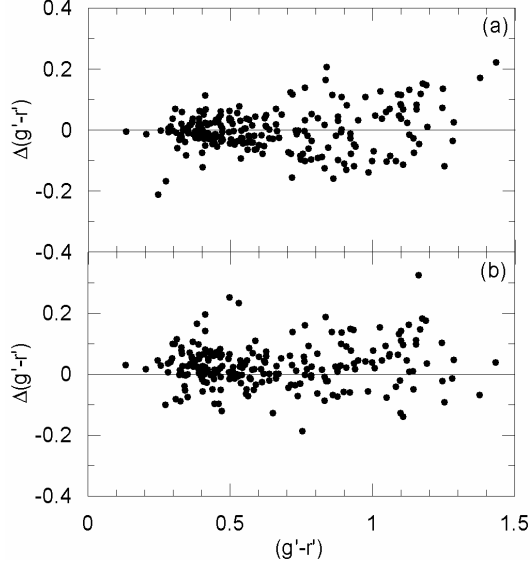
Renk dönüşümlerine ait iki takım arasındaki farkı göstermek için, (2) ve (3) denklemleri 224 yıldızın UBV verilerine uygulanmış ve elde edilen  $u'-g'$  ve  $g'-r'$  verileri, bu yıldızların gözlemsel  $u'-g'$  ve  $g'-r'$  verileri ile karşılaştırılmıştır (Şek. 2 -3). Hesaplanan ve orijinal  $u'-g'$  renk indekslerinin farklarının ortalaması, yeni renk dönüşümleri için  $\langle \Delta(u'-g') \rangle = 0.000$  kadir, Fukugita ve ark. (1996) na ait renk dönüşümleri için  $\langle \Delta(u'-g') \rangle = 0.044$  kadir, bunlara karşılık gelen standart sapmalar ise, sırası ile,  $s = \pm 0.017$  ve  $s = \pm 0.104$  kadirdir.



Şekil 2.  $(u'-g')$  renk indeksinin gerçek ve hesaplanan değerlerinin karşılaştırılması. (a) yeni renk dönüşüm formülleri ve (b) Fukugita ve ark. (1996) nın renk dönüşüm formülleri için.

Yeni dönüşüm formüllerinin üstünlüğünü göstermek için, bu formüller metal bolluğunun elde edilmesine uygulanmıştır. Bundan önceki çalışmamızda (Karaali ve ark. 2003),  $\delta_{0.4}$  yardımı ile metal bolluğu hesaplanabileceği gösterilmiştir ( $\delta_{0.4}$ , Sloan sisteminde  $g'-r' = 0.4$  renk indeksine normalleştirilmiş morötesi artışı olup UBV sisteminde  $B-V = 0.6$  renk indeksine normalleştirilmiş  $\delta_{0.6}$  ya karşılık gelmektedir). Yeni dönüşüm formüllerinde

$\delta_{0.4} = 0.250$  kadir, eski dönüşüm formüllerinde  $\delta_{0.4} = 0.294$  kadire karşılık gelmekte olup bunlar Karaali ve ark. (2003) nın



**Şekil 3.**  $(g'-r')$  renk indeksinin gerçek ve hesaplanan değerlerinin karşılaştırılması. (a) yeni renk dönüşüm formülleri ve (b) Fukugita ve ark. (1996) nın renk dönüşüm formülleri için.

$$[\text{Fe}/\text{H}] = 0.10 - 2.00\delta_{0.4} - 12.64\delta_{0.4}^2 - 11.43\delta_{0.4}^3 \quad (4)$$

ifadesinde yerine konursa, sırası ile  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.01$  ve  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.29$  dex elde edilir.

Ayrıca,  $s = \pm 0.104$  kadirlik standart sapma  $s = \pm 0.017$  kadirlik standart sapmanın yaklaşık altı katı olduğundan, Fukugita ve ark. (1996) na ait dönüşüm formülleri, yeni formüllere göre daha büyük bir saçılmaya (dispersiyona) sebep olur. Burada belirtilen bütün farklar mutlak kadirin, dolayısı ile uzaklığın hesabında da etkili olurlar.

İki dönüşüm formülü ile hesaplanan  $g'-r'$  renk indeksleri arasındaki farklar,  $u'-g'$  kadar büyük değildir. Hesaplanan ve orijinal  $g'-r'$  değerleri arasındaki farkların ortalaması (2) formülü için  $\langle \Delta(g'-r') \rangle = 0.000$  kadir, (3) formülü için ise  $\langle \Delta(g'-r') \rangle = 0.027$  kadirdir. Bunlara karşılık gelen standart sapmalar ise hemen hemen eşit olup sırası ile  $s = \pm 0.0700$  ve  $s = \pm 0.0701$  kadirdir.  $g'-r'$  de bu farklar ne metal bolluğunun ne de mutlak kadirinin tayinini önemli derecede etkilemez.

### 3. Düzeltilmiş Metallilik Kalibrasyonu

Bundan önceki makalemizde (Karaali ve ark. 2003) verilen yöntem kullanılarak düzeltilmiş metallilik kalibrasyonu elde edilmiştir. Fark, sadece yeni dönüşüm formüllerinden kaynaklanmaktadır. (2) denklemini, B-V renk indeksleri (veya eşdeğer  $g'-r'$  renk indeksleri) aynı olan iki yıldız için yazalım; yıldızlardan biri Hyades (H) yıldızı, diğeri ise UV morötesi artığı normalleştirilmiş bir yıldız (\*) olsun:

$$\begin{aligned} (u'-g')_H &= 0.779 (U-B)_H + 0.755 (B-V) + 0.801 \\ (u'-g')_* &= 0.779 (U-B)_* + 0.755 (B-V) + 0.801 \end{aligned} \quad (5)$$

O zaman, sözkonusu yıldızın Hyades yıldızına göre UV morötesi artığı

$$(u'-g')_H - (u'-g')_* = 0.779 [(U-B)_H - (U-B)_*] \quad (6)$$

veya standart şekilde ifade edilirse,

$$\delta(u'-g') = 0.779 \delta(U-B) \quad (7)$$

olur. Renk indeksi  $B-V = 0.6$  olan bir Hyades yıldızının U-B renk indeksi  $(U-B)_H = 0.13$  kadir olup (Sandage 1969) bunlar (2) denkleminde yerine konursa  $g'-r' = 0.43$  kadir elde edilir. (7) eşitliği, renk indeksi  $B-V = 0.6$  kadir olan bir yıldız uygulanırsa,

$$\delta(u'-g')_{0.43} = 0.779 \delta(U-B)_{0.6} \quad (8)$$

elde edilir. Bu ifade, UBV ve Sloan sistemlerine ait normalleştirilmiş UV morötesi artıkları arasındaki ilişkiyi gösteriyor. Buradan,

$$\delta(U-B)_{0.6} = 1.284 \delta(u'-g')_{0.43} \quad (9)$$

bulunur ve Karaali ve ark. (2003) nın  $-2.75 \leq [\text{Fe}/\text{H}] \leq 0.2$  dexlik geniş metal bolluğu aralığını kapsayan

$$[\text{Fe}/\text{H}] = 0.10 - 2.76\delta_{0.6} - 24.04\delta_{0.6}^2 + 30.00\delta_{0.6}^3 \quad (10)$$

eşitliği ile kullanılmasından,

$$[\text{Fe}/\text{H}] = 0.10 - 3.54\delta_{0.43} - 39.63\delta_{0.43}^2 + 63.51\delta_{0.43}^3 \quad (11)$$

elde edilir. Bu ifade, Sloan fotometrisine ait düzeltilmiş metallilik kalibrasyonudur.

Bu kalibrasyon, metal bolluğu  $-2.75 \leq [\text{Fe}/\text{H}] \leq 0.2$  dex aralığında olan 155 yıldız uygulanmıştır. (10) ve (11) eşitliklerinden elde edilen metal bollukları arasında  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{UBV}} = 0.9998 [\text{Fe}/\text{H}]_{\text{Sloan}} - 0.006$  şeklinde korelasyonu büyük olan bir bağıntının

oluşu, düzeltilmiş metallilik kalibrasyonunun doğruluğunu destekliyor.

#### 4. Fotometrik Paralaks Tayini için Sloan Fotometrisine ait Düzeltilmiş Denklemler

##### 4.1. Yöntem

Yöntem, bundan önceki çalışmamızda (Karaali ve ark. 2003) UBV fotometrisi için uygulanan yöntemin Sloan fotometrisine uyarlanmasından ibarettir. Yapılanların daha kolay anlaşılabilmesi için söz konusu yöntemi burada tekrarlıyalım: Yıldızlar (0.3-0.4], (0.4-0.5], (0.5-0.6], (0.6-0.7], (0.7-0.8], (0.8-0.9], (0.9-1.0] ve (1.0-1.1] şeklinde sekiz tane B-V renk indeksi aralığına ayrılmış ve her biri için, Hyades kümesinin normalleştirilmiş ankol denklemi,

$$M_V^H(\text{nor}) = -2.1328(B-V)^2 + 8.6803(B-V) + 0.305 \quad (12)$$

bir standart ankol olarak kullanılarak belli bir B-V renk indeksinde olan bir yıldızla aynı renk indeksindeki bir Hyades yıldızının mutlak kadirleri arasındaki farkı veren ve metal bolluğunun bir fonksiyonu olan,

$$\Delta M_V^H(\text{nor}) = b_3 \delta_{0.6}^3 + b_2 \delta_{0.6}^2 + b_1 \delta_{0.6} + b_0 \quad (13)$$

denklemi elde edilmiştir (uyum sağlamak için, (13) denklemdeki katsayılar bundan önceki çalışmamızdan aynen alınmıştır). 1236 yıldızla ait verilerle tayin edilen katsayılar Tablo 1 de verilmiştir. Böylece, belli bir B-V renk indeksindeki bir yıldızın  $M_V^H(*)$  mutlak kadiri,  $\Delta M_V^H(\text{nor}) = M_V^H(*) - M_V^H(\text{nor})$  eşitliğinden hesaplanabilir.

##### 4.2. Fotometrik Paralaks

Sloan fotometrisinde fotometrik paralaks denklemleri elde etmek için (12) ve (13) denklemlerinin Sloan verileri ile ifade edilmesi gerekir. Bu iş, Fukugita ve ark. (1996) ya ait dönüşüm formülleri kadar kolay değildir, çünkü burada B-V sadece g'-r' nün değil, aynı zamanda u'-g' nün de fonksiyonudur. Bununla beraber, (2) denkleminden ters dönüşüm formülleri elde edilebilir. (12) denklemde kullanılacak olan, B-V için ters dönüşüm formülü aşağıda verilmiştir:

$$B-V = 0.992(g'-r') - 0.0199(u'-g') + 0.202 \quad (14)$$

B-V nin (14) denklemdeki eşiti (12) de yerine konup gereken kısaltmalar yapılırsa, Hyades'in ankoluna ait normalleştirilmiş renk kadir diyagramı aşağıdaki gibi bulunur:

**Tablo 1.** (B-V) renk indeksinin bir fonksiyonu olarak (13) numaralı denklemin katsayılarına ait sayısal değerler. Bu değerler, Karaali ve ark. (2003)'e ait Tablo 4 den alınmıştır.

(B-V) <sub>o</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>
(0.3-0.4]	-32.1800	15.9370	1.7350	-0.0177
(0.4-0.5]	-15.3820	3.7188	4.4850	0.0022
(0.5-0.6]	3.9109	-4.8075	5.3847	0.0134
(0.6-0.7]	-11.1700	-0.3015	5.0281	0.0153
(0.7-0.8]	0.1049	-3.6157	4.6196	-0.0144
(0.8-0.9]	-22.5350	0.1109	3.4469	-0.0203
(0.9-1.0]	-24.9710	7.2916	2.0269	0.0051
(1.0-1.1]	-7.4029	4.2761	1.2638	-0.0047

**Tablo 2.** (g'-r') renk indeksinin bir fonksiyonu olarak (16) numaralı denklemin katsayılarına ait sayısal değerler.

(g'-r') <sub>o</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>0</sub>
(0.12-0.22]	-32.1800	15.9370	1.7350	-0.0177
(0.22-0.32]	-15.3820	3.7188	4.4850	0.0022
(0.32-0.43]	3.9109	-4.8075	5.3847	0.0134
(0.43-0.53]	-11.1700	-0.3015	5.0281	0.0153
(0.53-0.64]	0.1049	-3.6157	4.6196	-0.0144
(0.64-0.74]	-22.5350	0.1109	3.4469	-0.0203
(0.74-0.85]	-24.9710	7.2916	2.0269	0.0051
(0.85-0.95]	-7.4029	4.2761	1.2638	-0.0047

$$M_g^H(\text{nor}) = -2.0987(g'-r')^2 - 0.0008(u'-g')^2 + 0.0842(g'-r')(u'-g') + 7.7557(g'-r') - 0.1556(u'-g') + 1.9714 \quad (15)$$

(13) denkleminin UBV den Sloan fotometrisine dönüştürülmesi ise kolay olup bunun için  $\delta_{0.6}$  nın (9) denklemdeki eşitini (13) denklemde yerine koymak yeterlidir. Sonuç aşağıda verilmiştir:

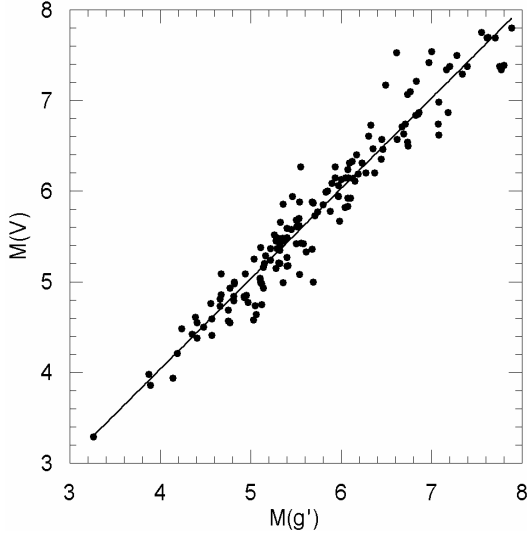
$$\Delta M_g^H(\text{nor}) = c_3 \delta_{0.43}^3 + c_2 \delta_{0.43}^2 + c_1 \delta_{0.43} + c_0 \quad (16)$$

Burada  $c_3 = (1.284)^3 b_3$ ,  $c_2 = (1.284)^2 b_2$ ,  $c_1 = (1.284)^2 b_1$  ve  $c_0 = b_0$  dir. (16) denklemdeki katsayıların sayısal değerleri Tablo 2 de verilmiştir.

Bölüm 2 de belirtildiği gibi, u'-g' nün hesaplanan ve orijinal değerleri arasındaki farkların ortalaması yeni dönüşüm formülleri için  $\langle \Delta(u'-g') \rangle = 0.000$ , Fukugita ve ark. (1996) ya ait formüller için ise  $\langle \Delta(u'-g') \rangle = 0.044$  kadirdir.  $\delta_{0.4}$  te 0.044 kadirlik bir fazlalığın ~0.1 kadirlik bir mutlak kadir farkına karşılık geldiği, Bölüm 2 de yapıldığı gibi, gösterilebilir. Gerçekten, Karaali ve ark. (2003) teki (20) numaralı denklemde  $\delta_{0.4} = 0.25$  ve  $\delta_{0.4} = 0.294$  yazılırsa, elde edilen mutlak kadirler farkının farkı , yıldızın g'-r' renk indeksine bağlı olarak, 0.07 ile 0.14 kadir arasında değişir. O halde, fotometrik paralaks tayini ile ilgili düzeltilmiş denklemler mutlak kadir tayininde en az ~0.1 kadirlik bir iyileştirme sağlar.

## S. Karaali : Sloan Fotometrisine ait Yeni Dönüşüm Formülleri ve Geliştirilmiş Metallilik Kalibrasyonu ile Fotometrik Paralaks Denklemleri

Bölüm 3 te anılan yıldızlardan göreceli olarak sönük ve u'-g' ve g'-r' renk indekslerine ait standart hataları 0.1 kadirde daha büyük olan üç yıldız dışındakilerin UBV ve Sloan sisteminde mutlak kadirleri hesaplanarak karşılaştırılmıştır (Şek. 4). V ve g' bantlarının farklılığından dolayı, bire-bir bir bağıntı beklememekle beraber  $M(g')$  ve  $M(V)$  mutlak kadirleri arasındaki korelasyon çoktur:  $M(V) = 0.9972 M(g') - 0.0460$ .



Şekil 4. Metinde verilen yöntem kullanılarak elde edilen  $M(g')$  ve  $M(V)$  mutlak kadirlerinin karşılaştırılması.

### 5. Sonuç

Bundan önceki makalemizde (Karaali ve ark. 2003) yayınlanan yeni yöntem, Laird, Carney ve Latham (1988) ın makalesine göre daha doğru fotometrik paralaks tayinine olanak vermekte ise de bu doğruluk Fukugita ve ark. (1996) nın Sloan fotometrisine ait renk dönüşümleri ile sınırlıdır.

Onun için, 224 standard yıldız kullanılarak önce Sloan fotometrisine ait yeni dönüşüm formülleri elde edildi, sonra da bundan önceki çalışmamızda (Karaali ve ark. 2003) yer alan fotometrik paralaks tayini ile metallilik kalibrasyonlarına ait denklemler iyileştirildi. Yeni denklemlerin kullanılması ile elde edilen, UBV ve Sloan sistemlerine ait metal bollukları arasında ve mutlak kadirler arasında büyük bir korelasyon vardır. Bu işlevler metalliliği 0.3 dex'e kadar, mutlak kadir tayinini de en az 0.1 kadir kadar iyileştirmektedir. Bu gelişmeler, Galaksinin yapısının incelenmesinde özellikle metal gradyenti ve uzay yoğunluklarının daha doğru olarak elde edilmesini sağlayacak, dolayısı ile daha doğru Galaksi modellerinin oluşturulmasına imkan verecektir.

### 6. Kaynaklar

- Buser, R., 1978, A&A, 62, 411  
Chen, B., Stoughton, C., Smith, C. A., Uomoto, A., Pier, J., R., Yanny, B., Ivezić, Z., York, D. G., Andersen, J. E., ve ayrıca SDSS ortak çalışanları 2001, ApJ, 553, 184  
Fukugita, M., Ichikawa, T., Gunn, J. E., Doi, M., Shimasaku, K. ve Schneider, D. P., 1996, AJ, 111, 1748  
Karaali, S., Karataş, Y., Bilir, S., Ak, S. G., Hamzaoğlu, E., 2003, PASA, 20, 270  
Laird, J. B., Carney, B. W., Latham, D. W., 1998, AJ, 95, 1843  
Landolt, A. U. 1992, AJ, 104, 340  
Siegel, M. H., Majewski, S. R., Reid, I. N., Thompson, I. B., 2002, ApJ, 578, 151  
Smith, J. A., Tucker, D. L., Kent, S., Richmond, M. W., Fukugita, M., Ichikawa, T., Ichikawa, S., Jorgensen, A. M., ve 14 yazar, 2002, AJ, 123, 2121  
Sandage, A. R., 1969, ApJ, 158, 1115