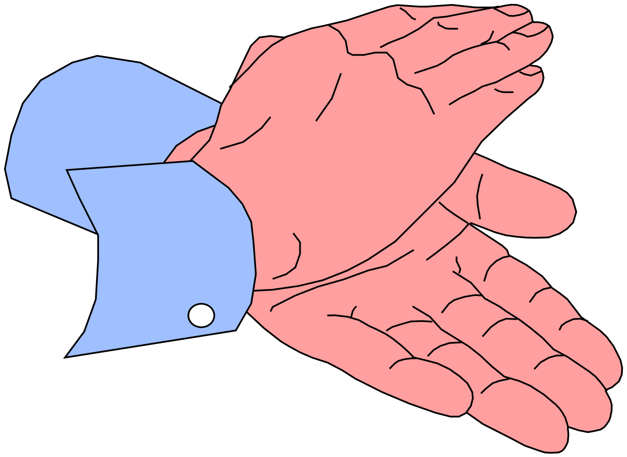
Teşekkürler



Güzel bir 2011-2012 Güz Yarıyılı olsun !

Uygulamaları anlamaya çalışınız, dersin terminolojisi yeni gelebilir, terminolojiyi doğru kullanımı öğrenmeye çalışınız..

Derslere katılımınız başarınızı artıracaktır.

TEŞEKKÜRLER

KAYNAKLAR

Theory and Problems of Statistics

M.R. SPIEGEL

SCHAUM'S OUTLINE SERIES

McGRAW-HILL BOOK COMPANY

Statistics and Data Analysis in Geology, J.C. DAVIS, WILEY INTERNATIONAL EDITION

Random Data: Analysis and Measurement Procedures

J.S. Bendat – A.G. Piersol

WILEY-INTERSCIENCE

Spektral Analiz ve Sayısal Süzgeçler

Prof. Dr. Ahmet T. Başokur.

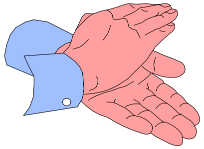
· JFMO eğitim yayınları No: ?

KAYNAKLAR - devam

[illegible] Sinyal Kuramı ve Dönüşümler
İEMO Eğitim yayınları No: 3

The Fourier Transform and its Application
R. N. Bracewell
McGraw - Hill Book Company

Prof.Dr. Demir Kolçak'ın ders notlarından yararlanılarak hazırlanmıştır.



İçerik

I. VERİ TÜRLERİ ve ANALİZ YÖNTEMLERİ,

II. BAZI BASİT FONKSİYONLARIN TANIMI,

III. DOĞRUSAL DÜZENEKLER ve EVRİŞİM,

IV. VERİ ORTAMLARI ve ORTAM DÖNÜŞÜMLERİ.

I. VERİ TÜRLERİ ve ANALİZ YÖNTEMLERİ

1. **Düzenli (Deterministik) veriler;**
   - **Periyodik,**
   - **Periyodik olmayan,**
   - **Geçici**
2. **Düzensiz (Gelişigüzel) veriler;**
   - **Durağanlık,**
   - **Ergodisite**
3. **Öz ilişki (otokorelasyon) ve özellikleri,**
4. **Çapraz ilişki (kroskorelasyon) ve özellikleri.**

II. BAZI BASİT FONKSİYONLARIN TANIMI

1. Delta Fonksiyonu,
2. Basamak Fonksiyonu (step),
3. Üçgen Fonksiyonu,
4. Kare Fonksiyonu.

III. DOĞRUSAL DÜZENEKLER ve EVRİŞİM (KONVOLÜSYON)

1. Doğrusal Düzenek tanımı ve özellikleri,

2. Giriş-Çıkış ilişkileri,

3. Evrişim ve özellikleri.

IV. VERİ ORTAMLARI ve ORTAM DÖNÜŞÜMLERİ

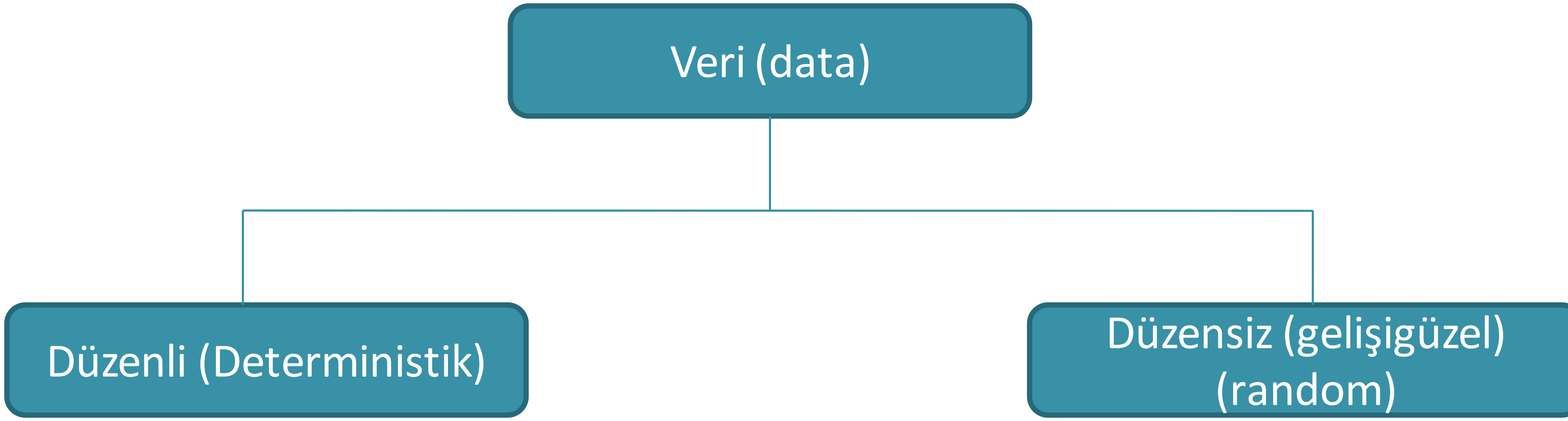
1. **Ortam Dönüşümleri;**

- **Fourier Serileri ve üstel gösterimi,**
- **Fourier Dönüşümü ve Fourier Dönüşüm çifti,**
- **Genlik ve Güç spektrumu**

2. **Veri ortamları;**

- **Zaman – Frekans,**
- **Uzay – Dalga sayısı.**

I. VERİ TÜRLERİ ve ANALİZ YÖNTEMLERİ



Verilerin sınıflandırması (türleri)

Bir fiziksel sistemden elde edilen veriler genel olarak iki grupta toplanabilir :

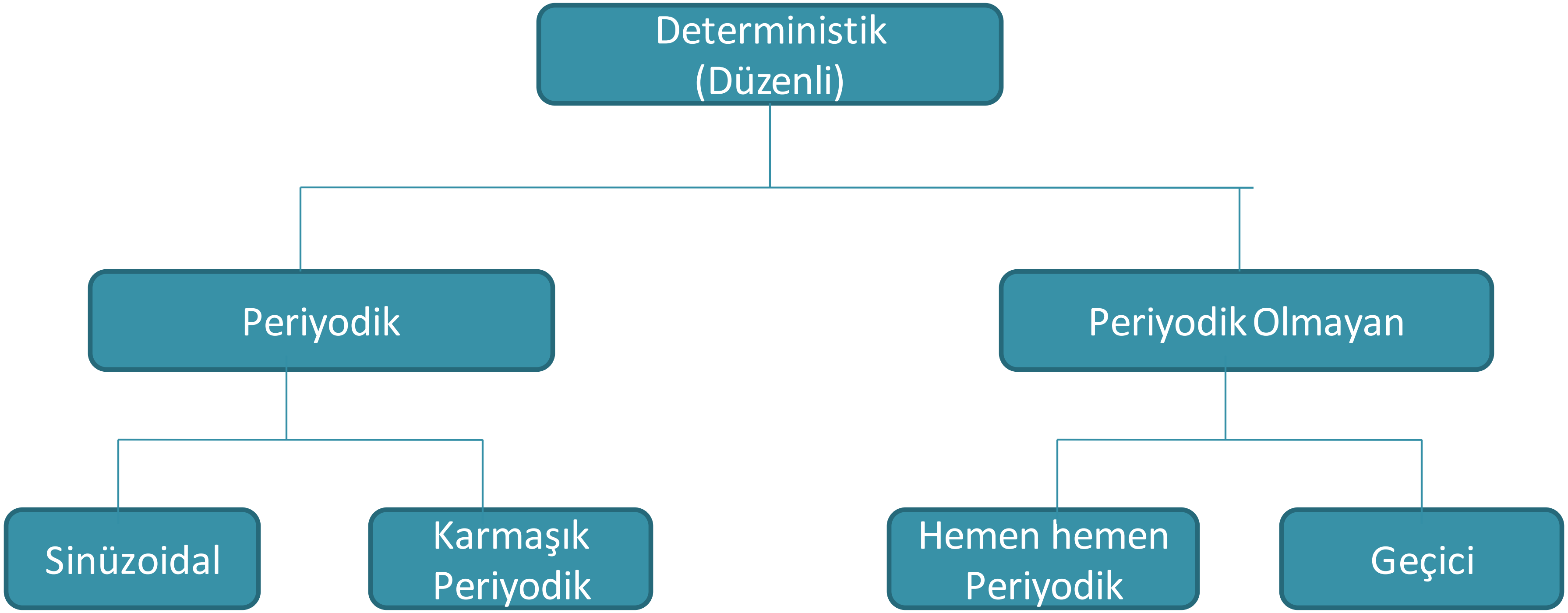
1) Düzenli (Deterministik) veriler;

kesin bir matematik bağıntıyla tanımlanabilen verilerdir. Uygulamada birçok fiziksel olay belirli bir duyarlılıkla matematiksel olarak tanımlanabilir,

2) Düzensiz (Gelişigüzel) veriler;

matematiksel olarak tanımlanamaz, belirli bir andaki değeri kesin olarak tanımlanamaz, ancak, olasılık veya istatistik değerlerle tanımlanabilir.

1. Deterministik (Düzenli) Veriler



Deterministik verilerin sınıflandırması

1. Deterministik (Düzenli) Veriler

(1) a). Sinüsoidal Periyodik Veri :

Matematiksel olarak zamanla değişen bir fonksiyondur.

$$x(t) = X \sin(2\pi f_0 t + \theta) \quad (1)$$

X ---> genlik (amplitüd)

f_0 ---> frekans

$\theta \rightarrow$ faz açısı (radyan)

$x(t) \rightarrow t$ anındaki değer

pratikte (1) fonksiyonu sinüs dalgası olarak adlandırılır ve analiz yapılırken θ açısı ihmal edilebilir ve

$$x(t) = X \sin 2\pi f_0 t \quad (2)$$

(1) a). Sinüsoidal Periyodik Veri : devam

Tam bir salınım için geçen zaman T peryod diye adlandırılır. Birim zamandaki salınım sayısı ise frekans olarak adlandırılır yani,

b). Complex(Karmaşık) Periyodik Veriler :

Matematiksel olarak tanımlanabilen ve eşit aralıklarla dalga şekli yinelenen fonksiyonlardır.

$$x(t) = x(t \pm N T_a) \qquad N = 1, 2, 3, 4, \ldots \qquad (4)$$

Tam bir salınım için geçen zaman ana periyod diye adlandırılır. Birim zamandaki salınım sayısı ise temel veya ana frekans olarak adlandırılır. ~~Pratikte~~ Uygulamada, genellikle bu tür veri aşağıdaki bağıntıya göre Fourier serilerine açılabilir.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos 2\pi n f_1 t + b_n \sin 2\pi n f_1 t\right) \qquad (5)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos 2\pi n f_1 t \, dt \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin 2\pi n f_1 t \, dt \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

1. Deterministik (Düzenli) Veriler

b). Complex(Karmaşık) Periyodik Veriler : **devam**

Karmaşık Periyodik verileri, Fourier Serileri ile göstermenin bir başka yolu da

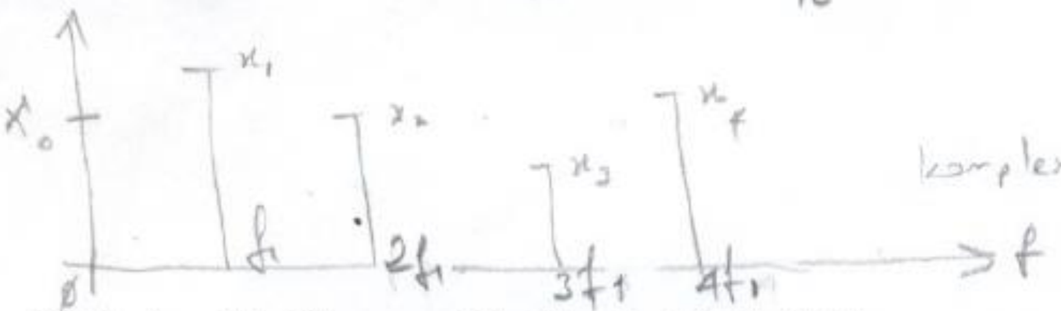
$$x(t) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \cos(2\pi n f_1 t - \theta_n) \qquad (6)$$

$\frac{1}{T_a}$

$$X_0 = a_0/2$$

$$X_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\,, \quad \theta_n = tg^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \qquad n = 1, 2, 3 \ldots \qquad (7)$$

Başka bir deyişle, karmaşık periyodik veri X_0 statik bileşeni ile, harmonik denilen sonsuz sayıda sinüsoidal bileşenlerden oluşmaktadır. Bu bileşenlerin, yani harmoniklerin amplitüdleri(genlikleri) X_n ve fazları θ_n dir. Frekansları da f_1 frekansının katlarıdır.



60, 75, 100 cps

T = 0.2 sec

f = 5

x_n n = 12, 15, 2

1. Deterministik (Düzenli) Veriler

(2) Periyodik Olmayan Veriler de iki türlüdür.

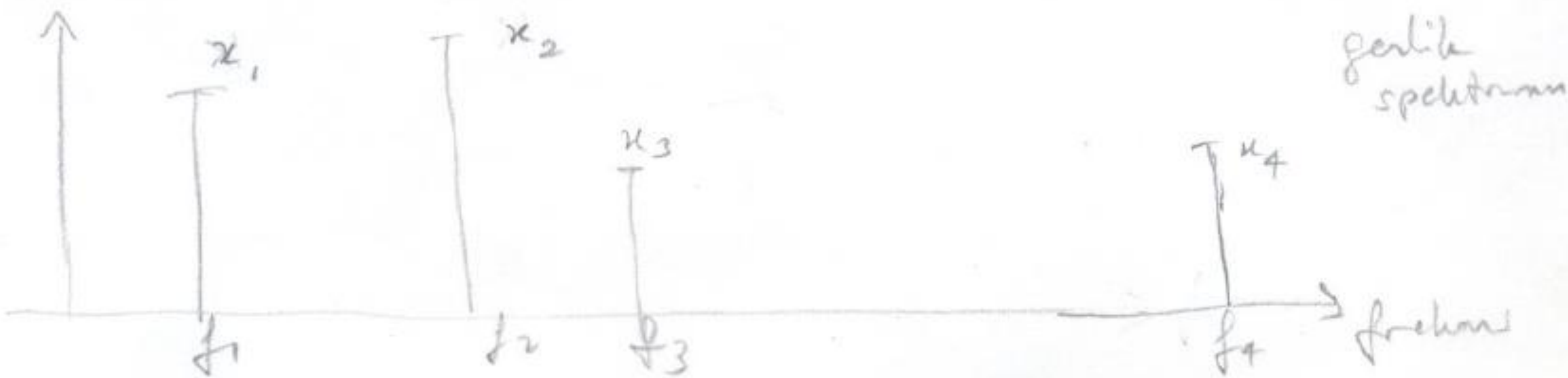
a). Almost(Hemen hemen) Periyodik Veriler :

b). Transiyent-Geçici Veriler:

a). Almost(Hemen hemen) Periyodik Veriler :

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \sin(2\pi f_n t + \theta_n) \qquad (8)$$

bağıntısıyla verilen fakat $f_n/f_m \neq$ tamsayı olan verilerdir, yani, bileşenleri periyodik olmasına rağmen frekansları arasındaki ilişki tam:...... sayılar değildir.



b). Transiyent-Geçici Veriler:

Uygun bir matematik bağıntıyla gösterilebilen fakat yukarıda anlatılan grupların dışında kalan verilerdir. Birçok fiziksel olayda ortaya çıkabilirler.

Örneğin:

$$x(t) = \begin{cases} A e^{-at} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

ısı kaynağı kaldırılınca soğuma

$$x(t) = \begin{cases} A e^{-at} \cos bt & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

kuvvet kaldırılınca sönümlü salınım

$$x(t) = \begin{cases} A & c \geq t \geq 0 \\ 0 & c < t < 0 \end{cases}$$

telin kopması

1. Deterministik (Düzenli) Veriler

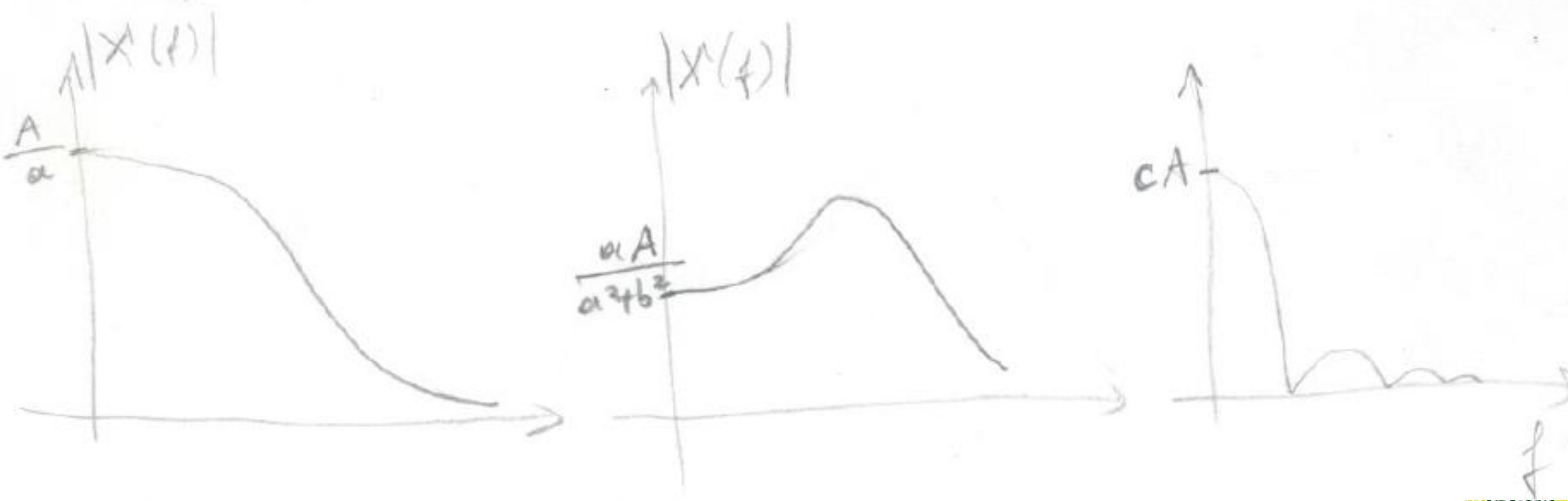
b). Transiyent-Geçici Veriler: **devam**

Bu tür ~~dataların~~ verilerin en önemli özelliği, kesikli-ayrık spektral gösterilmeleri olanaksızdır. Fakat birçok durumda spektral gösterilişi Fourier integrali ile mümkündür,

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-i2\pi f t}\, dt \qquad (9)$$

genellikle, Fourier spektrumu karmaşık bir sayıdır.

$|X(f)|$, Magnitüd olmak üzere yukarıdaki örneklerin spektrumkarı aşağıdaki gibidir.



2. Düzensiz (Gelişigüzel) Veriler

Düzensiz (gelişigüzel) (random)

- Durağan
- Durağan olmayan

Daha önce belirtildiği gibi kesin olarak matematiksel bir fonksiyonla tanımlanamayan verilerdir.

Herhangi bir gözlem, sadece olabilecek olanlardan birisini kapsar ve buna örnek fonksiyon veya örnek kayıt denir. Gelişigüzel bir olaydan elde edilen örnek fonksiyonların toplamına random process veya stochastic process denir.

proses stokastik proses

Gelişigüzel olaylardan elde edilen veriler de iki gruba ayrılır. Durağan olanlar ve olmayanlar.

Bu veri türünde, karşımıza çıkan Durağanlık ? ve Ergodisite ?

Durağanlık:

Fiziksel bir sistemin verilerinin incelenmesi, bu sisteme ait örnek fonksiyonların herhangi bir t_1 anındaki ortalama değerleriyle olur.
Örneğin: ~~Dört örnek~~ N adet sinyal fonksiyonun her birinde t_1 anındaki değerler toplanıp ortalaması alınır veya iki farklı andaki değerlerinin ~~korelasyonunu~~ ilişkisini bulmak istersek (buna otokorelasyon denir) iki farklı andaki (t_1 ve $t_1+\tau$) değerlerin çarpımları toplanıp ortalaması alınır. O zaman ortalama,

$$\bar{x}(t_1) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k(t_1) \qquad (10)$$

Ve otokorelasyon fonksiyonu ise

$$R(t_1, t_1+\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k(t_1)\, x_k(t_1+\tau) \qquad (11)$$

Eğer, t_1 değiştikçe $\bar{x}$ ve R değişmiyorsa buna DURAĞAN denir. Başka bir söyleyiş ile, istatistik özellikleri zamanla değişmiyorsa bu tür veriler DURAĞAN'dır denir.

2. Düzensiz (Gelişigüzel) Veriler

ERGODİSİTE:

k 'ıncı örnek fonksiyonu ele alalım, eğer

$$\bar{x}(k) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t)\,dt$$

$$R(\tau, k) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t)\, x_k(t+\tau)\,dt$$

değerleri, diğer örnek fonksiyonlardan bulunanlarla aynı ise buna ergodisite denir. Başka bir deyişle istatistik özellikler örnek fonksiyondan örnek fonksiyona değişmiyorsa ergodik veri adı verilir. (bir gözlemden bir gözleme değişmiyorsa.)

Haftaya (06.10.2011) !!!!

3. Öz ilişki (otokorelasyon) ve özellikleri,

4. Çapraz ilişki (kroskorelasyon) ve özellikleri.

3. Öz ilişki (Otokorelasyon) ve Özellikleri

OTOKORELASYON FONKSİYONU (ÖZ İLİŞKİ) :

Bir andaki verinin başka bir andaki veriye genel olarak nasıl bağlı olduğunu(ilişkisini) gösterir, başka bir deyişle, seriyi oluşturan veriler arasındaki ilişkiyi gösterir. $x(t)$'nin t ve $(t+\tau)$ anındaki değerleri arasındaki ilişki, bu değerlerin çarpımının gözlem süresi T 'ye göre ortalamasının bulunmasıyla elde edilir. T sonsuza yaklaştıkça tam otokorelasyonu bulunur.

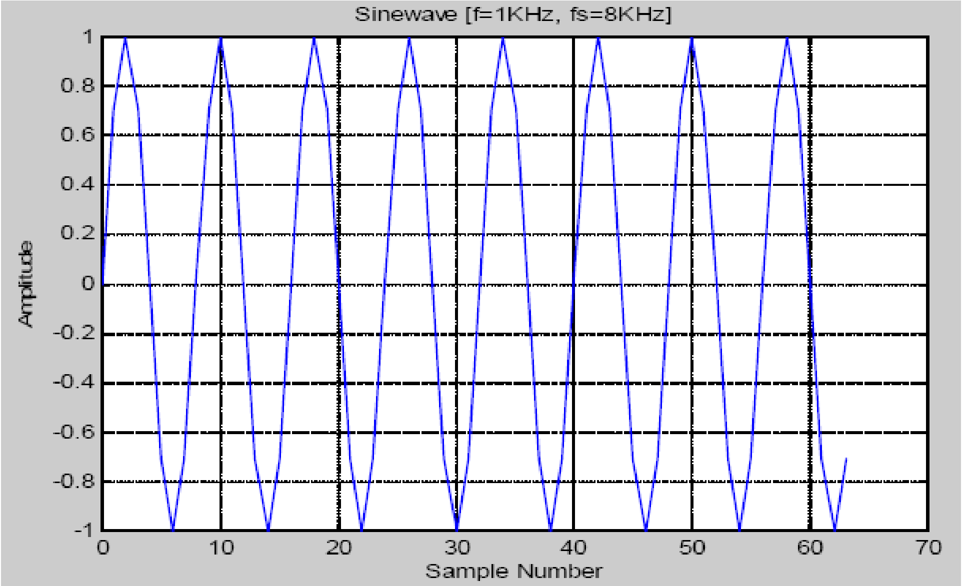
$$R_x(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, x(t+\tau)\, dt \qquad (12)$$

$R_x(\tau)$ daima bir çift fonksiyondur, max. ~~ve min~~ τ =0 ' dadır, yani,

(Bütün τ değerleri için). τ 'yu değiştirerek $R_x(\tau)$yu çizersek grafiğini elde etmiş oluruz. Genel olarak,, herhangi bir andaki değerlerin, gelecekteki değerleri nasıl etkilediğini, bir de gelişigüzel verilerle örtülenmiş düzenli veriyi saptamada kullanılır.

3. Öz İlişki (Otokorelasyon) ve Özellikleri

```
% Program: W2E1b.m
% Generating 64 samples of x(t)=sin(2*pi*f*t) with a
% Frequency of 1KHz, and sampling frequency of 8KHz.
N=64;                    % Define Number of samples
n=0:N-1;                 % Define vector n=0,1,2,3,...62,63
f=1000;                  % Define the frequency
fs=8000;                 % Define the sampling frequency
x=sin(2*pi*(f/fs)*n);    % Generate x(t)
plot(n,x);               % Plot x(t) vs. t
grid;
title('Sinewave [f=1KHz, fs=8KHz]');
xlabel('Sample Number');
ylabel('Amplitude');
```



3. Öz ilişki (Otokorelasyon) ve Özellikleri

Example 1: **Autocorrelation of a sinewave**

Plot the autocorrelation sequence of a sinewave with frequency 1 Hz, sampling frequency of 200 Hz.

```
N=1024;                   % Number of samples
f1=1;                     % Frequency of the sinewave
FS=200;                   % Sampling Frequency
n=0:N-1;                  % Sample index numbers
x=sin(2*pi*f1*n/FS);       % Generate the signal, x(n)
t=[1:N]*(1/FS);            % Prepare a time axis
subplot(2,1,1);            % Prepare the figure
plot(t,x);                 % Plot x(n)
title('Sinwave of frequency 1000Hz [FS=8000Hz]');
xlabel('Time, [s]');
ylabel('Amplitude');
grid;
Rxx=xcorr(x);              % Estimate its autocorrelation
subplot(2,1,2);            % Prepare the figure
plot(Rxx);                 % Plot the autocorrelation
grid;
title('Autocorrelation function of the sinewave');
xlable('lags');
ylabel('Autocorrelation');
```

3. Öz ilişki (Otokorelasyon) ve Özellikleri

Note that if you want to write your own autocorrelation function, you may use equation (2) to do this. Here is a how it may be written:

```
function [Rxx]=autom(x)
% [Rxx]=autom(x)
% This function Estimates the autocorrelation of the sequence
of
% random variables given in x as: Rxx(1), Rxx(2),…,Rxx(N),
where N is
% Number of samples in x.

N=length(x);
Rxx=zeros(1,N);
for m=1: N+1
   for n=1: N-m+1
      Rxx(m)=Rxx(m)+x(n)*x(n+m-1);
   end;
end;
```

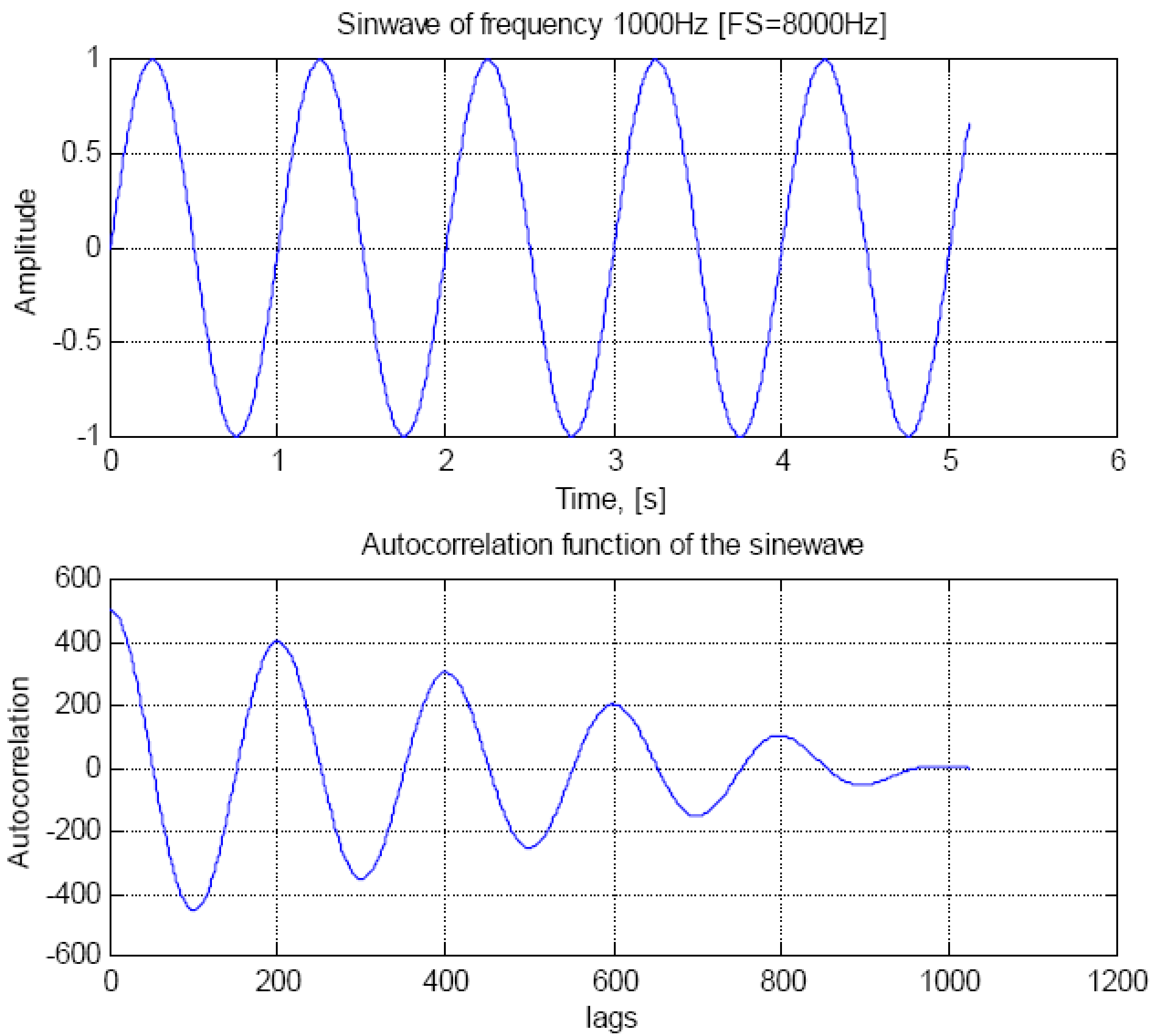
To use the above function, you need to save this under autom.m and then it may be used as follows:

3. Öz ilişki (Otokorelasyon) ve Özellikleri

```
N=1024;
f1=1;
FS=200;
n=0:N-1;
x=sin(2*pi*f1*n/FS);
t=[1:N]*(1/FS);
subplot(2,1,1);
plot(t,x);
title('Sinwave of frequency 1000Hz [FS=8000Hz]');
xlabel('Time, [s]');
ylabel('Amplitude');
grid;
Rxx=autom(x);
subplot(2,1,2);
plot(Rxx);
grid;
title('Autocorrelation function of the sinewave');
xlabel('lags');
ylabel('Autocorrelation');
```

Note this version of estimating the autocorrelation function generates the same number of samples as the signal itself and that the maximum is now placed at the origin. ($R_{xx}(1)$ is the origin).

3. Öz ilişki (Otokorelasyon) ve Özellikleri



4. Çapraz ilişki (Kroskorelasyon) ve Özellikleri

KROS KORELASYON (ÇAPRAZ İLİŞKİ) :

İki grup ~~gelişigüzel~~ verinin kroskorelasyonu, genel olarak bir gruptaki verilerin diğer gruptakilere olan bağımlılığını veya ilişkisini gösterir.

Örneğin: $x(t)$ ve $y(t)$ fonksiyonları olsun. t anındaki $x(t)$ değerleri ile $(t+\tau)$ anındaki $y(t+\tau)$ değerleri arasındaki çapraz ilişki bunların çarpımlarının T gözlem süresine göre ortalamasını almakla bulunur. $T \to \infty$ giderken tam değerini alır.

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, y(t+\tau)\, dt \qquad (13)$$

çift fonksiyon değildir, $\tau = \varnothing$'da en büyük değeri almaz ancak, x ve y yer değiştirirse düşey eksene göre simetriktir, yani,

$$R_{\bar{x}\bar{y}} = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n \cdot y_{n+r}$$

$$R_{xy}(-\tau) = R_{yx}(\tau) \quad \text{dir.}$$

$R_{xy}(\tau)$'yu, τ'yi ~~ofafiklarsak~~ değiştirerek çizersek, grafiğini elde etmiş oluruz.

uygulamalı

- gecikme zamanı (delay time)
- gürültü içindeki sinyali bulmada kullanılır.

4. Çapraz ilişki (Kroskorelasyon) ve Özellikleri

Example 2: Crosscorrelation

Plot the crosscorrelation of the following signal:

$$x(n) = \sin(2\pi f_1 t) \quad with\ f_1 = 1Hz$$

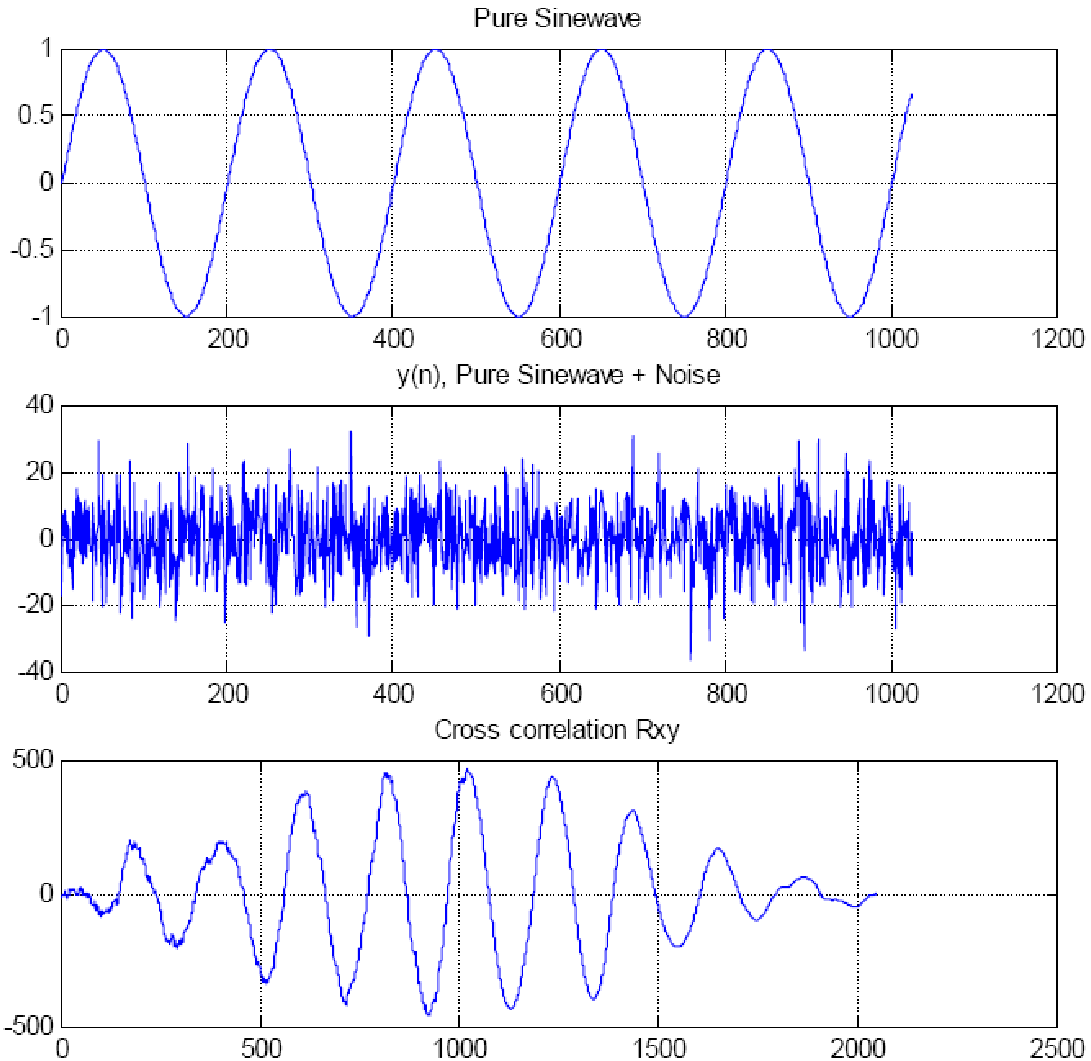
$$y(n) = x(n) + w(n)$$

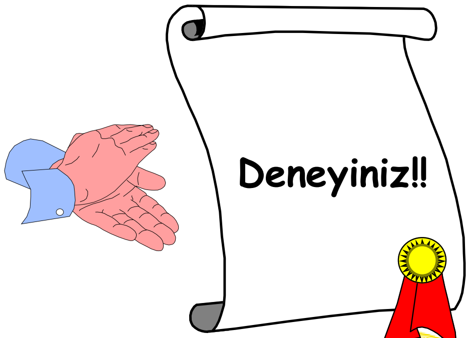
where $w(n)$ is a zeros mean, unit variance of Gaussina random process.

```
N=1024;                 % Number of samples to generate
f=1;                    % Frequency of the sinewave
FS=200;                 % Sampling frequency
n=0:N-1;                % Sampling index
x=sin(2*pi*f1*n/FS);     % Generate x(n)
y=x+10*randn(1,N);       % Generate y(n)
subplot(3,1,1);
plot(x);
title('Pure Sinewave');
grid;
subplot(3,1,2);
plot(y);
title('y(n), Pure Sinewave + Noise');
grid;
Rxy=xcorr(x,y);          % Estimate the cross correlation
subplot(3,1,3);
plot(Rxy);
title('Cross correlation Rxy');
grid;
```

4. Çapraz ilişki (Kroskorelasyon) ve Özellikleri

The output is:





II. BAZI BASİT FONKSİYONLARIN TANIMI

Haftaya (14.10.2011) !!!!

1. Delta Fonksiyonu,
2. Basamak Fonksiyonu (step),
3. Üçgen Fonksiyonu,
4. Kare Fonksiyonu.